
地下宇宙線強度の経験式について

湊 進

放射線地学研究所

地下宇宙線強度の経験式について

放射線地学研究所

湊 進

はじめに

地下の宇宙線強度についてはこれまで二種類の経験式が使われてきた。一つは湊による浅い地下用の式¹⁾、もう一つは三宅による深い地下用の式²⁾である。

前者は、日本の海面高度における宇宙線のエネルギーと天頂角の二重微分スペクトルを線源スペクトルとして岩石に入射させ、連続減速近似の仮定の下に計算した結果を基にした半理論式である。この式はこれまで実験結果との比較検討が十分ではなく、精度に不安を抱えたまま使用されてきた。

一方、後者は主にインドのコラー金鉱 754～11000 hg/cm² で得たデータを基にした実験式である。hg/cm² (=100 g/cm²) は鉛直距離 x 密度で表した深さの単位であり、面密度と呼ばれる。岩石の密度を 2.7 g/cm³ とすれば上の数字は 280～4000 m に相当する。三宅により導かれた式は実績があり、使い勝手のよい形をしている。しかし、地上の建物や浅い地下空間の探査を生業としているものにとっては、どの程度の浅さまで安心して使えるのかが問題であった。

この報告では上の問題を中心に検討していく。付随的に生ずる問題についてもその都度考察してゆく。

浅い地下用の式¹⁾

この経験式は宇宙線輸送計算プログラム LUIN による基礎計算が基になっている³⁾。

μ 粒子 (硬成分)

$$I_{\mu}(h, \theta) = I_{00} \cos^n \theta \cdot e^{-h/\Lambda(h)} \quad (1)$$

ここで h は前述の面密度、 θ は天頂角である。また、

$$\Lambda(h) = A + Bh + Ch^2,$$

$$n = \alpha + \beta h.$$

ノックオン成分の線束 (線量率には適用されない) に対しては

$$\text{electrons:} \quad 0.1033I_{\mu}(h, \theta) \quad (1-1),$$

$$\text{photons:} \quad 0.1894I_{\mu}(h, \theta) \quad (1-2).$$

定数を Table 1 に与える。

Table 1 Constants used in equation (1)

		I_{00}	A	B	C	α	β
Flux	($\text{cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$)	0.00723	17.61	0.1404	-7.069×10^{-5}	1.495	0.002018
Dose rate	($\text{nGy h}^{-1} \text{ sr}^{-1}$)	9.270	20.56	0.1386	-6.365×10^{-5}	1.427	0.001963

電磁シャワー (軟成分)

$$I_s(h, \theta) = \frac{1 + Dh \sec \theta}{1 + Eh \sec \theta} I_{00} \cos^3 \theta \cdot e^{-h \sec \theta / L} \quad (2)$$

定数を Table 2 に与える。

Table 2 Constants used in equation (2)

	I_{00}	D	E	L
Flux				
Electron	0.00224	13	7	0.6495
Photon	0.0118	11	7	0.6530
Dose rate	3.38	11	7	0.7186

(1)式 は 300 hg/cm^2 程度まで有効である。

(1)および(2)式と石灰岩で実験した例⁴⁾を比較したのが Fig.1 である。石灰岩実験はオーストラリアの Mount Gambier 付近の海面高度で実施された (37.829° S , 140.782° E)。

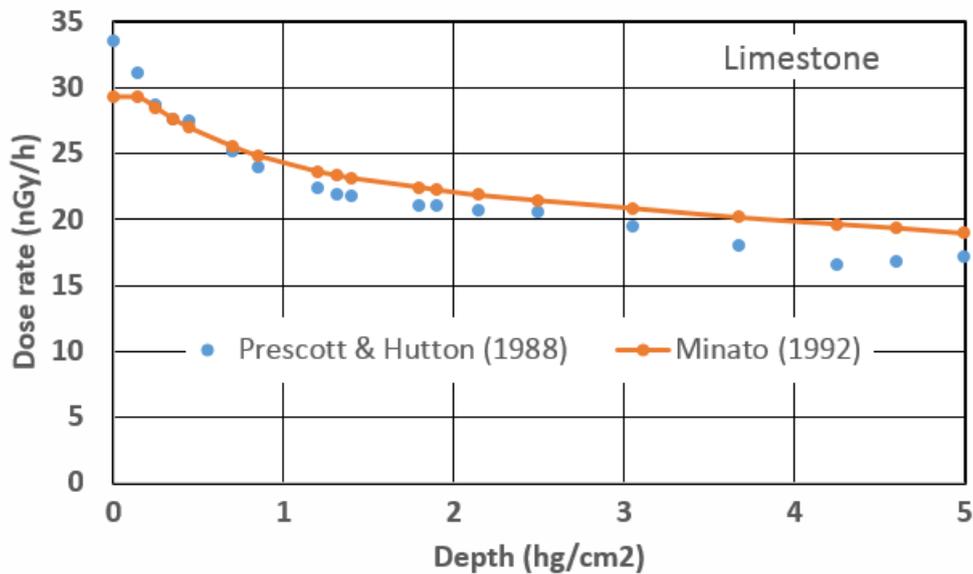


Fig.1 depth dependence of dose rate

1.5~2 hg/cm²程度までは硬成分と軟成分が混在している範囲である。深さ 0 近傍以外では 3 hg/cm²程度まで両者が良く一致する。

(1)式では $\cos^n \theta$ の形を採用しているが、物理モデルや大気モデルの採り方により n が異なる。Fig.2 は日本の中部地方における例である。

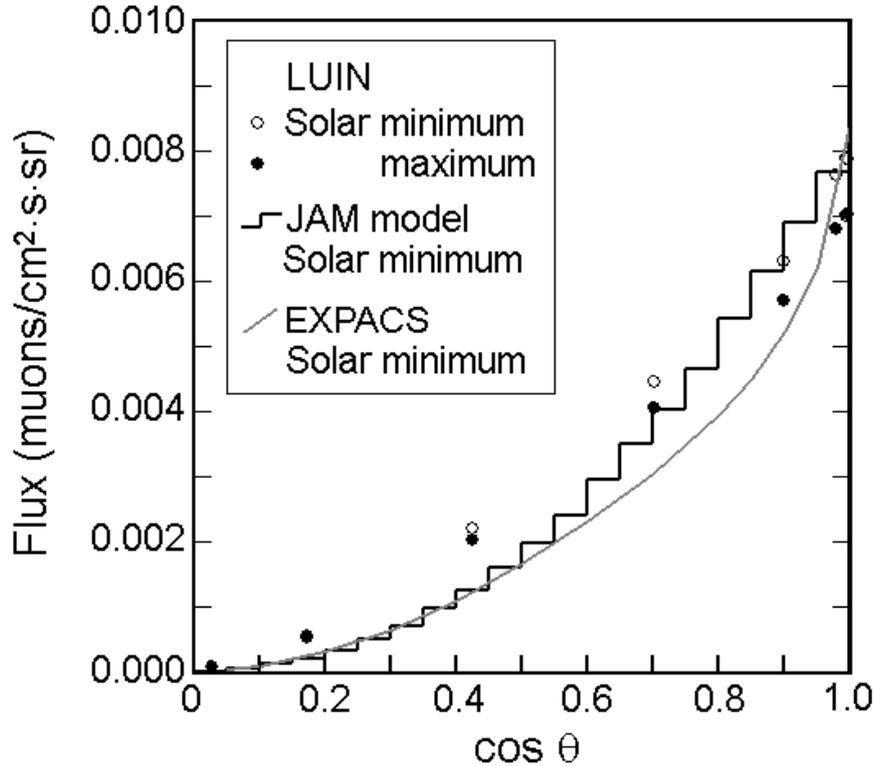


Fig.2 Model dependence of angular flux

図中の JAM モデルについては文献 5) で紹介してある。また EXPACS はウェブサイトを通じてその概要を知ることができる 6)。 $\cos \theta$ の大きい (天頂角が小さい) 範囲では LUIIN と JAM はお互いに近い値となり、EXPACS が両者とかなり異なる値になる。しかし、 $\cos \theta$ が小さくなるに従って JAM と EXPACS が近づき、LUIIN が両者とかなり異なる値になる。このようにモデルの採り方が結果に影響するため、どのように精度を高めていくかが今後の課題である。

深い地下用の式 2)

これは μ 粒子のみに適用できる式である。

$$I_{\mu}(h, \theta) = \frac{A}{h+H} (h \sec \theta + a)^{-\alpha} \exp(-\beta h \sec \theta), \quad (3)$$

$$\text{where, } A=174, \quad H=400, \quad a=11,$$

$$\alpha=1.53, \quad \beta=8.0 \times 10^{-4}$$

三宅の μ 粒子束に対する線量率の比は式(1), (3) から

$$r = \begin{cases} 1253 + 7.81h - 0.0417h^2 & (h \leq 100 \text{ ton/m}^2) \\ 1527 + 1.35h - 0.00339h^2 & (100 < h \leq 200) \\ 1670 & (200 < h) \end{cases} \quad (4)$$

となる。

「はじめに」で述べたように、三宅により導かれた式（以下、「三宅の式」と略記）の場合、どのくらい浅いところまで適用可能かが焦点である。例えば(3)式は $h=0$ に対して天頂角分布が一定となり、現実にそぐわない。

まず、比較的浅い地点から深めのところまでの理論計算⁷⁾と比較してみる。Fig.3がそれである。横軸の数字に密度 2.65 g/cm^3 を掛けると hg/cm^2 単位になる。データの範囲 ($13.25 \sim 265 \text{ hg/cm}^2$) では理論計算と三宅の式はかなり近い。参考までに湊の提案した式による計算も載せておく。

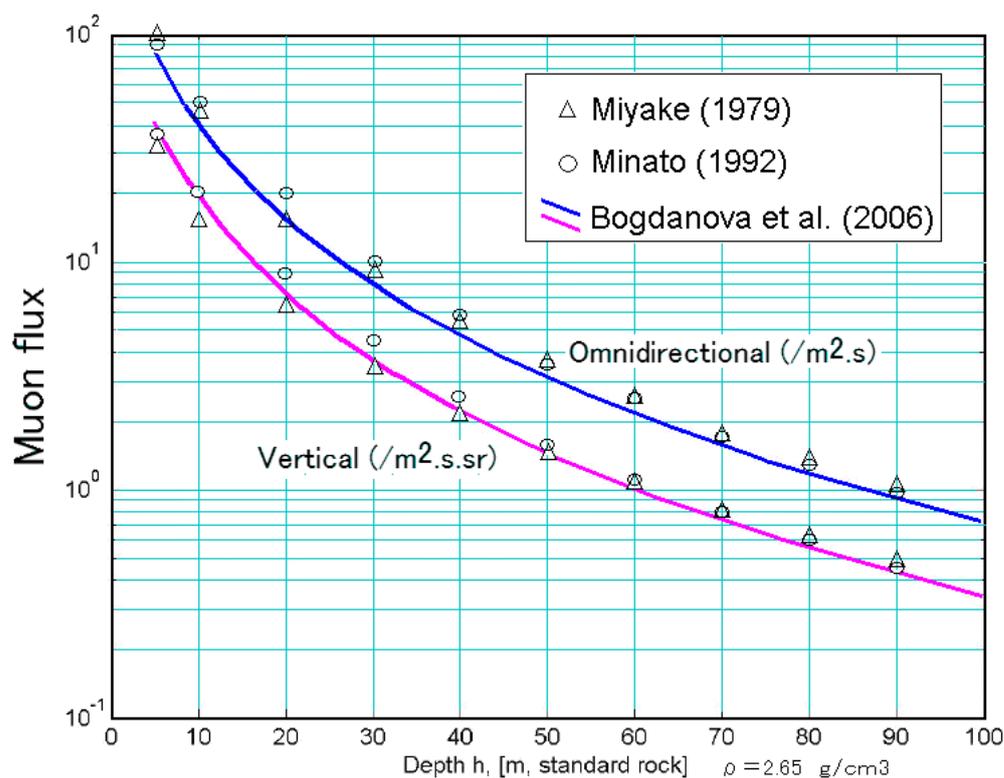


Fig.3 Depth distribution of muon flux

三宅のコラー金鉱実験²⁾以来、より浅い地点での測定データが蓄積されてきた。Bugaev et al.⁸⁾がそれを纏めている。Fig.4に三宅の式との比較を示す。両者は比較的よく一致している。後の章で必要となるため水中のデータも載せる。

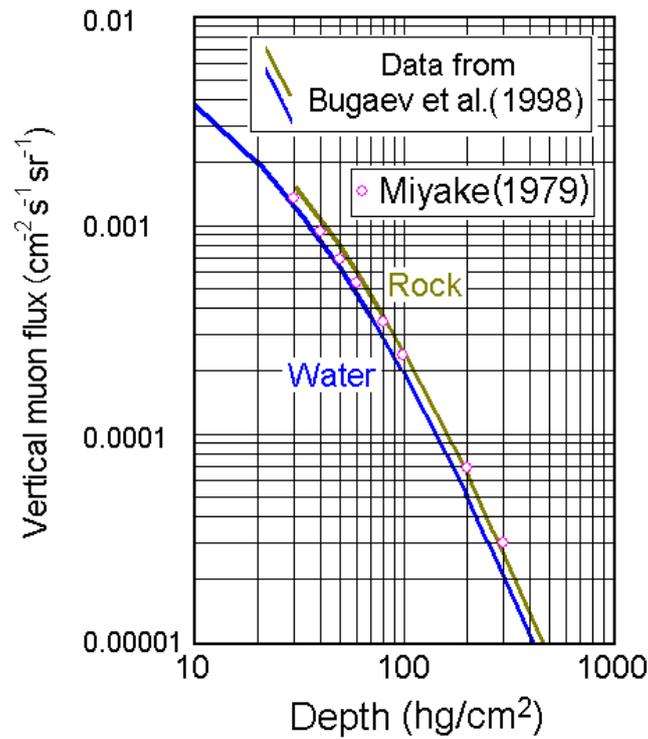


Fig.4 Depth distribution of vertical muon flux

二つの経験式の使い分け

湊が導いた式は地下 300 hg/cm² 程度まで有効なので、これと比較して三宅の式がどのくらい浅いところまで適用可能かを検討してみる。Fig.5 が両式の比較である。

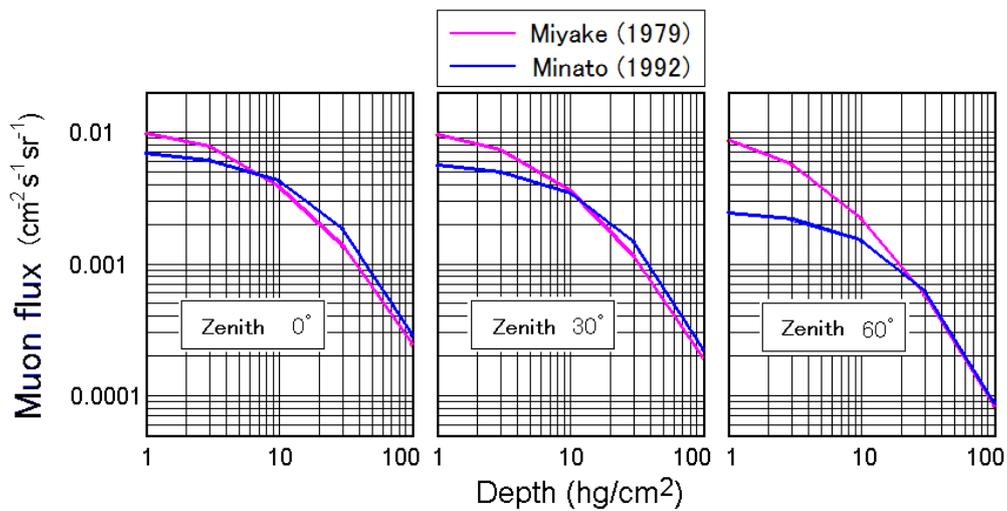


Fig.5 Comparison between the two formulas

三宅の式による線束は天頂角 0° では約 7 hg/cm² 以浅で湊の式より大きい。また、天頂角が大きくなるほど両者が交差する深さが大きくなり、差も開く。両者が交差する深さを詳しく調べると

$$L = 6.61e^{0.020\theta} \quad (5)$$

の関係を得る。ここで θ は (°) 単位での天頂角である。つまり L (hg/cm^2)より浅い深さでは湊の式を、より深いところでは三宅の式を使うのがよい。Fig.6はその図である。

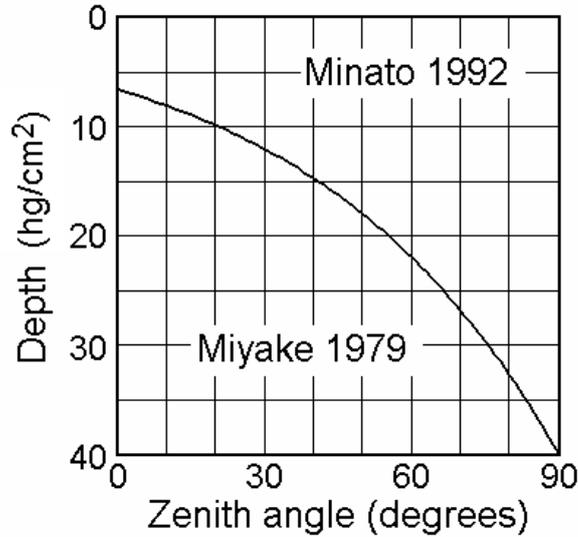


Fig.6 The boundary between the two formulas

Fig.7はより深い地点までを含む両者の計算結果である。(1)式を天頂角および方位角に関して積分した全方向線束を対数で表示した。約 $15 \text{ hg}/\text{cm}^2$ 以浅と $300 \text{ hg}/\text{cm}^2$ 以深で両者

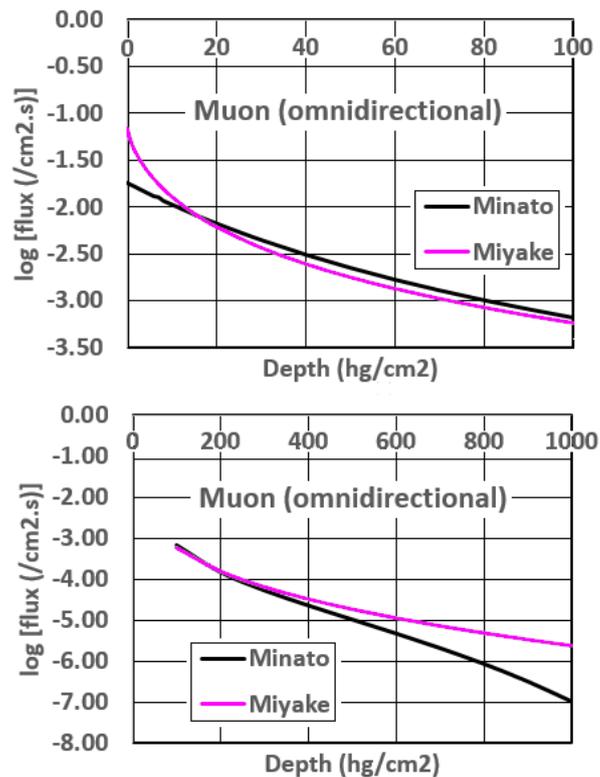


Fig.7 Muon fluxes calculated by the two formulas

の差が開く。全方向成分において約 15 hg/cm^2 が二つの経験式の境界になっている理由は次の通りである。(1)式を方位角で積分した単位角度当たり（単位立体角あたりではない）の角度分布を Fig.8 に示す。天頂角 40° で最大値になる。これは全方位入射 μ 粒子の平均角度を意味する。この角度に対応をする面密度を Fig.6 で見ると 15 hg/cm^2 となる。

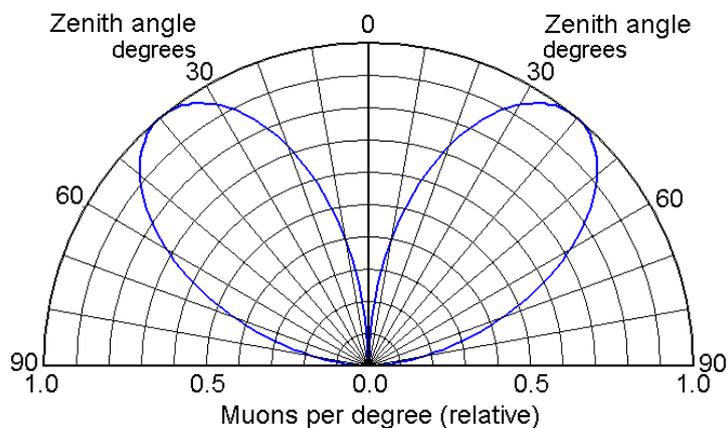


Fig.8 Zenith angle dependence of muon flux per degree at sea level

水中実験との比較

最後に Kvasnicka⁹⁾ の水中実験と比較してみる。実験は TLD によりプラハ近郊の湖（高度 350 m）で実施された。Fig.9 が比較である。水の密度は 1.00 g/cm^3 としてある。

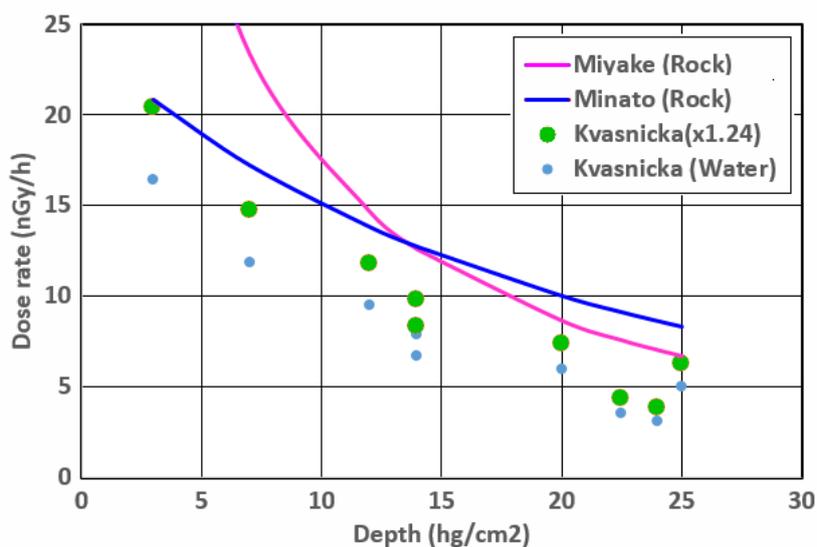


Fig.9 Depth profile of muon dose rate

水と岩石では質量阻止能が違うために g/cm^2 単位で表した飛程も異なる。従って、同じ面密度に対しても線束の値が異なる。Fig.4 の原図⁸⁾ から読み取った水に対する岩石の比を Table 3 に示す（有効数字 3 桁で計算してある）。この値は鉛直成分についてのものであるが、(1)式の形を前提とするならば全方向成分に対してもこの比を利用できる。読み

取り誤差を含んではいるが比の平均値は 1.24 となった。Fig.9 には Kvasnicka の値を 1.24 倍したものも載せてある。実験値は二つの経験式より低くなっている。

Table 3 Vertical flux ratio of rock to water deduced from Bugaev et al. (1998)

Rock		Water		Flux ratio Rock/Water
Depth (hg/cm ²)	Flux (/cm ² .s.sr)	Depth (m)	Flux (/cm ² .s.sr)	
20	2.30E-03	20	2.00E-03	1.15
30	1.50E-03	30	1.20E-03	1.25
40	1.10E-03	40	9.30E-04	1.18
50	7.70E-04	50	6.30E-04	1.22
60	6.00E-04	60	4.70E-04	1.28
70	4.70E-04	70	3.70E-04	1.27
80	3.70E-04	80	2.80E-04	1.32
90	3.00E-04	90	2.30E-04	1.30
100	2.40E-04	100	2.00E-04	1.20
200	6.30E-05	200	5.00E-05	1.26
300	2.50E-05	300	2.00E-05	1.25
Mean				1.24

浅い地下での線量率のまとめ

深い地下については三宅の式の精度が十分に高いため、ここでは浅い地下のみについてまとめる。湊、三宅それぞれの式を Fig.6 に示した使い分けをして計算するプログラム CRUG で線量率を評価した。実験結果と比べたものが Fig.10 である。Kvasnicka の水中実験結果には 1.24 倍して岩石相当に変換してある。3 hg/cm² 以上では実験値が CRUG の

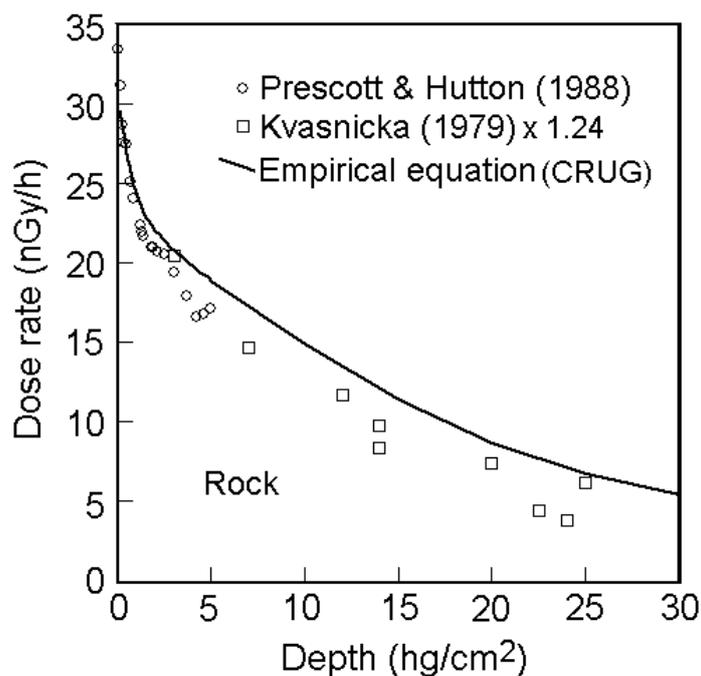


Fig.10 Comparison of empirical equation with experimental measurements

値を幾分下まわる。

一方、Fig.3 と Fig.4 で見てきたように、岩石データにおいてはかなり浅い地点 (13~30 hg/cm²程度) まで理論計算⁷⁾ および実験データ⁸⁾ が経験式と極めてよく一致する。この部分を拡大して CRUG 計算と比較したものが Fig.11 である。Fig.10 とは逆に、この図では 10~60 hg/cm² でむしろ理論値と実験値が CRUG 計算より高めに出ている。

Fig.10 における実験値は両者ともに TLD 測定より得られている。TLD の自己汚染や周囲からのγ線寄与の差し引き、さらには校正法にも幾ばくかの誤差が含まれている可能性がある。更なる比較検討が望ましい。

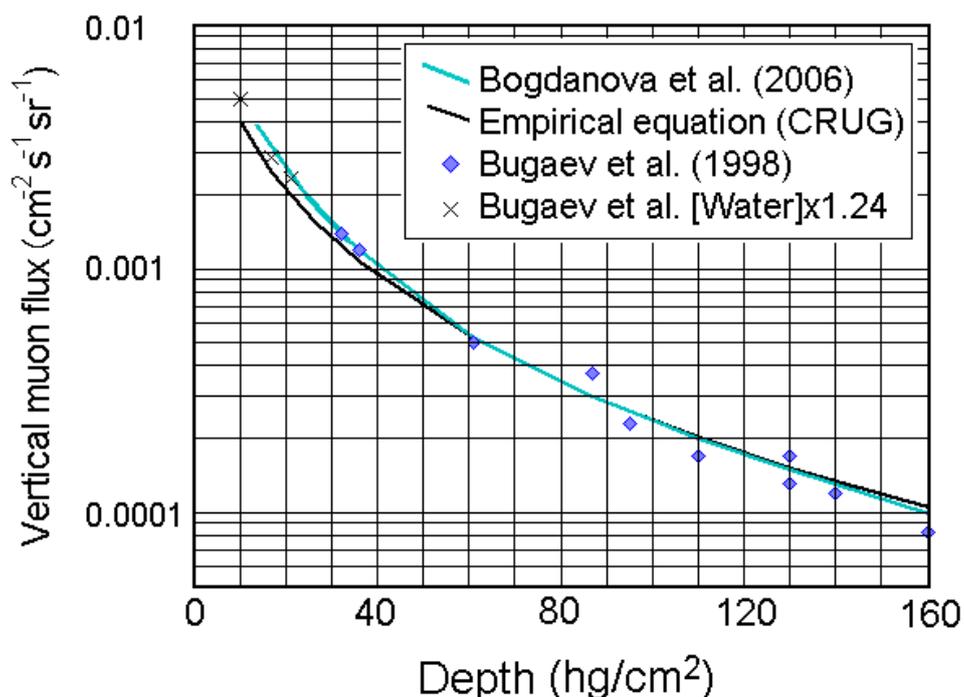


Fig.11 Comparison between depth profiles obtained by theoretical and empirical formulas along with experimental measurements

以上のように二つの経験式を使い分けた CRUG 計算は、浅い地下において Bogdanova et al. の理論値と Kvasnicka の実験値の間に落ちる。そのような意味で現在のところ CRUG 計算は実用的な利用価値があるといえよう。

文 献

- 1) 湊 進 (1992) 宇宙線透視像, 放射線, **19**, 49-56.
- 2) 三宅三郎 (1979) 地下深部における宇宙線研究, 日本物理学会誌, **34**, 292-301.
- 3) Minato,S. (1986) Bulk density estimates of buildings using cosmic rays, Appl. Radiat. Isot. **37**, 941-946.

- 4) Prescott, J.R., Hutton, J.T. (1988) Cosmic ray and gamma ray dosimetry for TL and ESR, *Int. J. Radiat. Appl. Instrum. Part D. Nuclear Tracks and Radiat. Meas.*, **14**, 223-227.
- 5) 湊 進 (2012) 地下における宇宙線 μ 粒子の東西効果について, 放地研特別寄稿シリーズ SCS-0090, 放射線地学研究所.
- 6) EXPACS, <http://phits.jaea.go.jp/expacs/jpn.html>.
- 7) Bogdanova, L.N., Gavrilov, M.G., Kornoukhov, V.N., Starostin, A.S. (2006) Cosmic muon flux at shallow depths underground, *Physics of Atomic Nuclei*, **69**, 1293-1298.
- 8) Bugaev, E.V., Misaki, A., Naumov, V.A., Sinogofskaya, T.S., Sinogovsky, S.I., Takahashi, N. (1998) Atmospheric muon flux at sea level, underground and underwater, *Phys. Rev. D* **58**, 05401.
- 9) Kvasnicka, J. (1979) Dose rate and flux density of cosmic muons estimated by TLD method, *Health Phys.*, **36**, 521-524.